

# Realtids-MPC

## – MPC för snabba och kritiska system

### Slutrapport

Daniel Axehill  
Reglerteknik ISY

28 februari 2018

## 1 Främsta vetenskapliga resultat

Den gemensamma nämnaren för den forskning som utförts inom detta projekt är effektiva beräkningar. Primärt för Modellprediktiv reglering (MPC), men även mer generellt för kvadratisk programmering (QP) och utökningen MIQP av dessa till att inkludera heltal.

En central egenskap hos QP-metoder av aktiv-mängd-typ är att ekvations-systemen för de sökriktningar som beräknas i varje iteration skiljer sig på ett mycket strukturerat sätt mellan iterationerna. Skillnaden är av låg rang vilket standard QP-lösare utnyttjar för att effektivisera beräkningarna. Innan arbetet i det här projektet fanns inget resultat som visade att det var möjligt att utnyttja problemstruktur och låg rang samtidigt. Att det är möjligt och att prestandavinsten kan bli signifikant har vi visat i [10, 15].

Ytterligare prestandavinsten kan fås genom att utnyttja de möjligheter till parallella beräkningar som ofta finns i modern datorhårdvara. Grunden till vårt arbete med parallella beräkningar lades i bokkapitlet [3]. Resultaten för MPC från CENIIT-projektet presenterade vi i [11, 12], där parallella beräkningar både för aktiv-mängd- och inre-punktsmetoder presenteras. I den första referensen introducerade vi användningen av parametrisk programmering för att parallellisera beräkningarna för Newtonsteget för MPC och i den andra förfinades resultatet genom att utnyttja problemstruktur. Motsvarande resultat för den närbesläktade applikationen moving horizon estimation (MHE) publicerade vi i [13].

En välundersökt frågeställning inom området MPC är om det resulterande optimeringsproblemet ska formuleras med eller utan de ingående tillstånden explicit närvarande som optimeringsvariabler. Om de finns med i problemformuleringen kan det formuleras som ett gleshet problem. Om de istället elimineras förlorar problemet sin gleshet, men antalet variabler minskar. I litteraturen har man kommit fram till att båda formuleringarna har sina styrkor. I [1] beskrivs att valet inte behöver vara så binärt som det traditionellt har ansetts vara. Istället visar vi att det finns en hel familj av ekvivalenta optimeringsproblem med olika grader av gleshet som kan formuleras. Det är möjligt att analytiskt välja den formulering som ger lägst antal flyttalsoperationer eller empiriskt välja den formulering som ger lägst beräkningstid på målhårdvaran. Det optimala valet

innebär en signifikant prestandaökning över den vad som tidigare var känd som state-of-the-art.

I [2] presenterar vi ett ramverk för att beräkna optimala och suboptimala lösningar till multiparametriska mixed-integer kvadratiska program (mp-MIQP). Metoden bygger på parametrisk branch-and-bound, vilket gör att det går att lösa större problem snabbare än med explicit uppräknig av de binära variablerna i problemet. Branch-and-bound möjliggör också att användaren anger en förutbestämd maximal suboptimalitet och algoritmen beräknar en lösning som uppfyller detta krav. Denna möjlighet möjliggör i applikationen MPC att stabilitet kan a priori garanteras.

I [14] introduceras möjligheten att använda lågrangsteknik för att komprimera den parametriska lösningen till ett mp-QP. Detta är av praktisk betydelse för att kunna få plats med komplicerade MPC-styrlagar i inbäddade system som ibland kan ha kraftigt begränsad minnesstorlek.

## 2 Examina och promotioner

Doktoranden Isak Nielsen som har arbetat deltid i projektet har erhållit teknologie licentiatexamen och teknologie doktorsexamen med avhandlingarna [8] respektive [9]. Projektledaren Daniel Axehill har befordras till universitetslektor 2014-10-01 och till biträdande professor 2017-12-01. Docentkompetens uppnåddes i september 2015.

## 3 Examensarbeten

Inom det här projektet har två examensarbeten [4] och [6] som genererat följande konferensbidrag [5, 7] utförts. Syftet med arbetena var att studera användningen av MPC i två krävande applikationer, i luften och under vattnet, för att ge praktisk erfarenhet inför den följande mer grundläggande forskningen som utfördes i CENIIT projektet.

## 4 Finansiering

Medlen inom projektet har fördelas mellan doktoranden Isak Nielsen och projektledaren Daniel Axehill genom att Isak har arbetat 40 % av heltid inom projektet och Daniel 20 %.

## 5 Industriellt samarbete

Projektledaren har ett välutbyggt kontaktnät med industrin och omfattar såväl forskning som utbildning via examensarbeten och projektkurs. De två huvudsakliga industriella partnerna idag för projektledaren är SAAB Dynamics och Scania CV. Samarbetet med SAAB har pågått under projektet och har ytterligare stärkts i form av ett WASP industridoktorandprojekt som inleddes i januari 2016. Syftet är bl.a. att inkorporera resultat från CENIIT-projektet i nya planeringsalgoritmer. Samarbetet med Scania inleddes 2013 med Vinnova-projektet "iQMatic". Det fortsatte 2017 med det nya Vinnova-projektet "Stabilitet och regulatorstrukturer för självkörande fordon". Båda projekten syftar till att skapa rörelseplaneringssystem för autonoma lastbilar och undersöka hur dessa system kan analyseras.

## 6 Samarbete inom CENIIT

Projektet har haft kopplingar till det tidigare CENIIT-projektet ”Avancerade optimeringsansatser i MPC”. Under projekttiden har inte vi kommit så långt så att ett formellt samarbete skulle ha gett utbyte, men inom det av projektledaren nyligen erhållna VR-projektet kan dessa idéer återigen aktualiseras.

## 7 Forskargrupp

Projektet har varit en viktig byggsten för att bygga upp den (inofficiella) grupp av forskare som inom avdelningen för reglerteknik arbetar med realtidsoptimering och planering. CENIIT-bidraget har följts av ytterligare två bidrag från VR med projektledaren som huvudsökande, ett bidrag från FFI/Vinnova återigen med projektledaren som huvudsökande, samt ett bidrag från Knut och Alice Wallenbergs Stiftelse via WASP med projektledaren som huvudsökande. Projektledaren handleder idag tre doktorander och ytterligare en ska rekryteras till det nyligen erhållna VR-projektet.

## 8 Publikationer

### Referenser

- [1] Daniel Axehill. Controlling the level of sparsity in MPC. *Systems & Control Letters*, 76:1–7, februari 2015.
- [2] Daniel Axehill, Thomas Besselmann, Davide Martino Raimondo och Manfred Morari. A parametric branch and bound approach to suboptimal explicit hybrid MPC. *Automatica*, 50(1):240–246, januari 2014.
- [3] Daniel Axehill och Anders Hansson. Parallel implementation of hybrid MPC. I: José M. Maestre och Rudy R. Negenborn, redaktörer, *Distributed Model Predictive Control Made Easy*, band 69 av *Intelligent Systems, Control and Automation: Science and Engineering*, ss 375–392. Springer Verlag, 2014.
- [4] Karl-Johan Barsk. Model predictive control of a tricopter. Examensarbete, Linköpings universitet, juni 2012.
- [5] Karl-Johan Barsk, Niklas Wahlström och Daniel Axehill. Model predictive control of a tricopter. I: *Proceedings of Reglermöte 2012*, Uppsala, Sweden, juni 2012.
- [6] Jacob Bernhard och Patrik Johansson. Advanced control of a remotely operated underwater vehicle. Examensarbete, Linköpings universitet, juni 2012.
- [7] Jacob Bernhard, Patrik Johansson, Magnus Carlsson, Tohid Ardeshiri och Daniel Axehill. Advanced control of a remotely operated underwater vehicle. I: *Proceedings of Reglermöte 2012*, Uppsala, Sweden, juni 2012.
- [8] Isak Nielsen. *On Structure Exploiting Numerical Algorithms for Model Predictive Control*. Licentiate’s thesis, Linköping University, 2015.
- [9] Isak Nielsen. *Structure-Exploiting Numerical Algorithms for Optimal Control*. Doktorsavhandling, Linköping University, 2017.

- [10] Isak Nielsen, Daniel Ankelhed och Daniel Axehill. Low-rank modifications of Riccati factorizations with applications to model predictive control. I: *Proceedings of the 52nd IEEE Conference on Decision and Control*, ss 3684–3690, Palazzo dei Congressi, Florence, Italy, december 2013.
- [11] Isak Nielsen och Daniel Axehill. An  $O(\log N)$  parallel algorithm for Newton step computation in model predictive control. I: *Proceedings of the 19th IFAC World Congress*, ss 10505–10511, Cape Town, South Africa, augusti 2014.
- [12] Isak Nielsen och Daniel Axehill. A parallel structure exploiting factorization algorithm with applications to model predictive control. I: *Proceedings of the 54th IEEE Conference on Decision and Control*, ss 3932–3938, Osaka, Japan, december 2015.
- [13] Isak Nielsen och Daniel Axehill. An  $O(\log N)$  parallel algorithm for Newton step computations with applications to moving horizon estimation. I: *Proceedings of the 15th European Control Conference*, ss 1630–1636, Aalborg, Denmark, juni 2016.
- [14] Isak Nielsen och Daniel Axehill. Reduced memory footprint in multiparametric quadratic programming by exploiting low rank structure. I: *Proceedings of the 55th IEEE Conference on Decision and Control*, ss 3654–3661, ARIA Resort & Casino, Las Vegas, USA, december 2016.
- [15] Isak Nielsen och Daniel Axehill. Low-rank modifications of Riccati factorizations for model predictive control. Accepted for publication in *IEEE Transactions on Automatic Control*, juli 2017.